

Документ создан на ресурсе

<http://Web-tutor.narod.ru>

Интернет-Репетитор по физико-математическим наукам.

С вопросами, задачами, тестами по любым разделам Математики и Физики
обращайтесь к Интернет Репетитору:

© Курилин Александр Владимирович

E-mail: kurilin@inbox.ru

©Web-Tutor: Качественное и быстрое решение задач любой сложности:

<http://Web-tutor.narod.ru>

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Факультет Психологии

Вступительный экзамен по математике на психфак МГУ–2004 год.

Вариант №1

1. Решить уравнение:

$$4^x - 12 \cdot 2^x - 1 = 0.$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{\frac{x-2}{2x-10}} \left(\frac{x+2}{4} \right) \leq 1.$$

3. Решить уравнение:

$$\sqrt{15} \cos x \cdot \operatorname{ctgx} + \sqrt{5} \cos x + \sqrt{5} \operatorname{ctgx} = 0$$

и найти сумму его корней, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$.

4. Окружность радиуса 3 проходит через вершины A и B прямоугольного треугольника ABC с катетом $AB = 5$. Прямая CD касается этой окружности в точке D . Найти величину угла $\angle ABD$ и длину второго катета AC , если луч DA делит угол $\angle CDB$ пополам.
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left| x^2 - 5 \right| x \left| \right| = a(x + 4)$$

имеет ровно три различных корня.

О Т В Е Т Ы

1. $x = \log_2(6 + \sqrt{37})$.

2. $x \in [-1; 2) \cup (5; 6] \cup (8; +\infty)$.

3. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad n, k \in Z,$

корни на отрезке $[-\pi; \pi]$:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\pi/2 \\ x_3 = 5\pi/6 \end{cases} \Rightarrow \sum_i x_i = \frac{5\pi}{6}.$$

4. $\angle ABD = \arcsin\left(\frac{5}{6}\right), \quad AC = \frac{225}{16\sqrt{11}}.$

5. $a = 0$ или $a = 1$.

<http://web-tutor.narod.ru>:

Качественное и быстрое решение задач любой сложности:

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Факультет Психологии

Вступительный экзамен по математике на психфак МГУ–2004 год.

Вариант №2

1. Решить уравнение:

$$25^x - 10 \cdot 5^x - 3 = 0.$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{\frac{x-1}{2x-8}} \left(\frac{x+7}{6} \right) \leq 1.$$

3. Решить уравнение:

$$\sqrt{21} \cos x \cdot \operatorname{ctgx} - \sqrt{7} \cos x - \sqrt{7} \operatorname{ctgx} = 0$$

и найти сумму его корней, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$.

4. Через вершины K и M прямоугольного треугольника KML с катетом $KM = 7$ проходит окружность диаметра 8. Прямая LN касается этой окружности в точке N . Найти величину угла $\angle KMN$ и длину второго катета KL , если луч NK делит угол $\angle LNM$ пополам.
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left| x^2 - 16 \right| x \left| \right| = a(x - 9)$$

имеет ровно три различных корня.

ОТВЕТЫ

1. $x = \log_5(5 + 2\sqrt{7})$.

2. $x \in [-5; 1) \cup (4; 5] \cup (7; +\infty)$.

3. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad n, k \in Z,$

корни на отрезке $[-\pi; \pi]$:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\pi/2 \\ x_3 = \pi/6 \end{cases} \Rightarrow \sum_i x_i = \frac{\pi}{6}.$$

4. $\angle KMN = \arcsin\left(\frac{7}{8}\right), \quad KL = \frac{784}{33\sqrt{15}}.$

5. $a = 0$ или $a = -4$.

<http://web-tutor.narod.ru>:

Качественное и быстрое решение задач любой сложности:

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Факультет Психологии

Вступительный экзамен по математике на психфак МГУ–2004 год.

Вариант №3

1. Решить уравнение:

$$16^x - 8 \cdot 4^x - 2 = 0.$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{\frac{x+1}{2x-6}} \left(\frac{x+6}{4} \right) \leq 1.$$

3. Решить уравнение:

$$\sqrt{5} \cos x \cdot \operatorname{ctgx} - \sqrt{15} \cos x - \sqrt{15} \operatorname{ctgx} = 0$$

и найти сумму его корней, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$.

4. Окружность радиуса 5 проходит через вершины C и B прямоугольного треугольника ABC с катетом $CB = 9$. Прямая AD касается этой окружности в точке D . Найти величину угла $\angle CBD$ и длину второго катета CA , если луч DC делит угол $\angle ADB$ пополам.
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$|x^2 - 3|x|| = a(x + 1)$$

имеет ровно три различных корня.

ОТВЕТЫ

1. $x = \log_4(4 + 3\sqrt{2})$.

2. $x \in [-5; -1) \cup (3; 4] \cup (7; +\infty)$.

3. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad n, k \in Z,$

корни на отрезке $[-\pi; \pi]$:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\pi/2 \\ x_3 = -\pi/6 \end{cases} \Rightarrow \sum_i x_i = -\frac{\pi}{6}.$$

4. $\angle CBD = \arcsin\left(\frac{9}{10}\right), \quad CA = \frac{2025}{56\sqrt{19}}.$

5. $a = 0$ или $a = 1$.

<http://web-tutor.narod.ru>:

Качественное и быстрое решение задач любой сложности:

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Факультет Психологии

Вступительный экзамен по математике на психфак МГУ–2004 год.

Вариант №4

1. Решить уравнение:

$$9^x - 6 \cdot 3^x - 1 = 0.$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{\frac{x+2}{3x-6}} \left(\frac{x+7}{6} \right) \leq 1.$$

3. Решить уравнение:

$$\sqrt{7} \cos x \cdot \operatorname{ctgx} + \sqrt{21} \cos x + \sqrt{21} \operatorname{ctgx} = 0$$

и найти сумму его корней, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$.

4. Через вершины K и M прямоугольного треугольника LKM с катетом $KM = 6$ проходит окружность диаметра 7 . Прямая LN касается этой окружности в точке N . Найти величину угла $\angle MKN$ и длину второго катета ML , если луч NM делит угол $\angle LNK$ пополам.
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$|x^2 - 8|x|| = a(x - 1)$$

имеет ровно три различных корня.

ОТВЕТЫ

1. $x = \log_3(3 + \sqrt{10})$.

2. $x \in [-6; -2) \cup (2; 3] \cup (4; +\infty)$.

3. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad n, k \in Z,$

корни на отрезке $[-\pi; \pi]$:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\pi/2 \\ x_3 = -5\pi/6 \end{cases} \Rightarrow \sum_i x_i = -\frac{5\pi}{6}.$$

4. $\angle MKN = \arcsin\left(\frac{6}{7}\right), \quad ML = \frac{1764}{95\sqrt{13}}.$

5. $a = 0$ или $a = -4$.

<http://web-tutor.narod.ru>:

Качественное и быстрое решение задач любой сложности: