

Документ создан на ресурсе

**<http://Web-tutor.narod.ru>**

**Интернет-Репетитор по физико-математическим наукам.**

С вопросами, задачами, тестами по любым разделам Математики и Физики  
обращайтесь к Интернет Репетитору:

© Курилин Александр Владимирович

E-mail: [kurilin@inbox.ru](mailto:kurilin@inbox.ru)

---

**©Web-Tutor: Качественное и быстрое решение задач любой сложности:**

**<http://Web-tutor.narod.ru>**

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

## Вариант №1 (отделение экономики)

1. Решить неравенство 

$$\log_{|x|-2} |x-3| \leq 0.$$

2. Решить неравенство

$$4 \cdot \sqrt{\frac{2^x - 1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14 \cdot \sqrt{\frac{2^{x-2}}{2^x - 1}}$$

3. Первая и вторая бригады, работая вместе, могут выполнить задание не более чем за 9 дней. Вторая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание не менее, чем за 18 дней. Первая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание ровно за 12 дней. Известно, что третья бригада всегда работает с максимальной возможной для неё производительностью труда. За сколько дней может выполнить задание одна вторая бригада?

4. В трапеции  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) диагонали  $AC = a$ ,  $BD = 7a/5$ . Найти площадь трапеции, если  $\angle CAB = 2\angle DBA$ .

5. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{6} \cdot \arccos(\cos 15x + 2 \cos 4x \cdot \sin 2x) = \frac{\pi}{12}$$

6. В треугольной пирамиде  $SABC$  угол  $\angle ACB = \alpha$ , ребро  $SC = d$  является диаметром сферы, пересекающей рёбра  $SA$  и  $SB$  в их серединах. Найти объём пирамиды, если  $\angle SAC = \angle SBC = \beta$ , причём  $\beta < \pi/4$ .

7. Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} b \sin |2z| + \log_5 \left( x \sqrt[8]{2 - 5x^8} \right) + b^2 = 0 \\ \left( (y^2 - 1) \cos^2 z - y \cdot \sin 2z + 1 \right) \cdot \left( 1 + \sqrt{\pi + 2z} + \sqrt{\pi - 2z} \right) = 0 \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений; определить эти решения.

## О Т В Е Т Ы

Задание №1  $x \in (-3; -2) \cup (3; 4]$ .

Задание №2  $x \in (0; 3]$ .

Задание №3  $t = 24$  дня.

Задание №4  $S_{ABCD} = \frac{42\sqrt{51}}{625}a^2$

Задание №5  $x_1 = -\pi/26, \quad x_2 = \pi/34.$

Задание №6  $V = \frac{d^3}{3} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin^2 2\beta - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

Задание №7

$$b = -\sqrt{8}/8 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt[8]{0,2}, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

$$b = (\sqrt{6} - 2)/4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \sqrt[8]{0,2}, \quad y_1 = 1, \quad z_1 = \pi/4.$$

$$x_2 = \sqrt[8]{0,2}, \quad y_2 = -1, \quad z_2 = -\pi/4.$$

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

**Вариант №2 (отделение экономики)**

1. Решить неравенство 

$$\log_{|x|-1} |x+2| \leq 0.$$

2. Решить неравенство

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1-4^x}{4^{x-1}}} - 63 \cdot \sqrt{\frac{4^x}{1-4^x}} \leq 3\sqrt{63}$$

3. Первый и второй насосы, работая вместе, могут заполнить бассейн водой ровно за 8 часов. Второй и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн не более чем за 6 часов. Первый и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн не менее чем за 12 часов. Известно, что первый насос всегда работает с максимально возможной для него производительностью. За сколько часов может заполнить бассейн один третий насос?

4. В трапеции  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ )  $AB + CD = b$ , диагонали  $AC$  и  $BD$  связаны соотношением  $5 \cdot AC = 3 \cdot BD$ . Найти площадь трапеции, если  $\angle BAC = 2 \angle DBA$ .

5. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{8} \cdot \arcsin(\sin 17x - 2 \sin 5x \cdot \sin 3x) = \frac{\pi}{16}$$

6. В треугольной пирамиде  $SABC$  угол  $\angle ACB = \alpha$ , ребро  $SC = d$ . Расстояния от каждой из вершин  $A$  и  $B$  до середины ребра  $SC$  равны  $d/2$ . Найти объём пирамиды, если  $\angle SCB = \beta$ ,  $\angle CSA = 90^\circ - \beta$ .

7. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a \cos |2z| + \log_3 \left( x \cdot \sqrt[12]{2 - 3x^{12}} \right) + a^2 = 0 \\ \left( (y^2 - 1) \sin^2 z - y \cdot \sin 2z + 1 \right) \cdot \left( 1 + \sqrt{z} + \sqrt{\pi - z} \right) = 0 \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений; найти эти решения.

## О Т В Е Т Ы

Задание №1  $x \in [-3; -2) \cup (1; 2)$ .

Задание №2  $x \in [-3; 0)$ .

Задание №3  $t = 16$  часов.

Задание №4  $S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{11}}{64} b^2$

Задание №5  $x_1 = \pi/38, \quad x_2 = \pi/30.$

Задание №6  $V = \frac{d^3}{3} \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin \left( \beta + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left( \beta - \frac{\alpha}{2} \right)}$

Задание №7

$$a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad x = 1/\sqrt[12]{3}, \quad y = 0, \quad z = \pi/2.$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{12}} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 1/\sqrt[3]{12}, & y_1 &= 1, & z_1 &= \pi/4. \\ x_2 &= 1/\sqrt[3]{12}, & y_2 &= -1, & z_2 &= 3\pi/4. \end{aligned}$$

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

## Вариант №3 (отделение экономики)

1. Решить неравенство 

$$\log_{|x|-3} |x-4| \leq 0.$$

2. Решить неравенство

$$9 \cdot \sqrt{\frac{3^x - 1}{3^x}} - \sqrt{45} \leq 20 \cdot \sqrt{\frac{3^{x-4}}{3^x - 1}}$$

3. Первый и второй тракторы, работая вместе, могут вспахать поле не менее чем за 24 часа. Первый и третий тракторы, работая вместе, могут вспахать то же поле не более чем за 12 часов. Второй и третий тракторы, работая вместе, могут вспахать то же поле ровно за 16 часов. Известно, что второй трактор всегда работает с максимально возможной для него производительностью. За сколько часов может вспахать поле один первый трактор?

4. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB = a$  и  $CD = b$  диагональ  $AC = c$ . Найти площадь трапеции, если  $\angle CAB = 2 \angle DBA$ .

5. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{7} \cdot \arccos(\cos 16x + 2 \sin 5x \cdot \cos 2x) = \frac{\pi}{14}$$

6. В треугольной пирамиде  $SABC$  угол  $\angle ABC = \beta$ . Точки  $A_1, B_1, C_1$  являются серединами ребер  $AS, BS$  и  $CS$  соответственно. Найти объём пирамиды, если  $A_1C_1 = B_1C_1 = SC_1 = a$  и  $\angle SCA = \angle SCB = \alpha$ , причем  $\alpha > \pi/2$ .

7. Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} b \sin |2z| + \log_2 \left( x \cdot \sqrt[6]{1 - 2x^6} \right) + b^2 = 0 \\ \left( y^2 + y \cdot \sin 2z + (1 - y^2) \sin^2 z \right) \cdot \left( 1 + \sqrt{\pi^2 - 4z^2} \right) = 0 \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений; найти эти решения.

## О Т В Е Т Ы

Задание №1  $x \in (-4; -3) \cup (4; 5]$ .

Задание №2  $x \in (0; 4]$ .

Задание №3  $t = 32$  часа.

Задание №4  $S_{ABCD} = \frac{(a+b)}{4} \sqrt{(a+b+c)(3c-a-b)}$

Задание №5  $x_1 = -\pi/38, \quad x_2 = \pi/26.$

Задание №6  $V = \frac{8a^3}{3} \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha - \cos^2 \beta}$

Задание №7

$$b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad x = 1/\sqrt[6]{4}, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 1/\sqrt[6]{4}, & y_1 &= -1, & z_1 &= \pi/4. \\ x_2 &= 1/\sqrt[6]{4}, & y_2 &= 1, & z_2 &= -\pi/4. \end{aligned}$$

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

## Вариант №4 (отделение экономики)

1. Решить неравенство 

$$\log_{|x|-4}|x+5| \leq 0.$$

2. Решить неравенство

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1-5^x}{5^x}} \leq 62 \cdot \sqrt{\frac{5^{x+2}}{1-5^x}} - \sqrt{31}.$$

3. Первый и второй экскаваторы, работая вместе, могут вырыть котлован ровно за 20 часов. Первый и третий экскаваторы, работая вместе, могут вырыть тот же котлован не менее чем за 30 часов. Второй и третий экскаваторы, работая вместе, могут вырыть тот же котлован не более чем за 15 часов. Известно, что первый экскаватор всегда работает с максимально возможной для него производительностью. За сколько часов может вырыть котлован один третий экскаватор?

4. В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ )  $AD + BC = a$ , диагонали  $AC$  и  $BD$  связаны соотношением  $8 \cdot AC = 7 \cdot BD$ . Найти площадь трапеции, если  $\angle CAD = 2\angle BDA$ .

5. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{9} \cdot \arcsin(2 \cos 7x \cdot \cos 2x - \sin 16x) = \frac{\pi}{18}.$$

6. В треугольной пирамиде  $SABC$  известны углы  $\angle ASC = \angle BSC = \alpha$ ,  $\angle CAB = \beta$ . Пирамида вписана в сферу радиуса  $r$ , центр которой лежит на ребре  $SC$ . Найти объём пирамиды.

7. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a \cdot \cos|2z| + \log_4 \left( x \cdot \sqrt[10]{1-4x^{10}} \right) + a^2 = 0 \\ \left( (y^2 + y \cdot \sin 2z + (1-y^2) \cdot \cos^2 z) \cdot \left( 1 + \sqrt{-\pi z - z^2} \right) \right) = 0 \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений; найти эти решения.



## О Т В Е Т Ы

Задание №1  $x \in [-6; -5) \cup (4; 5]$ .

Задание №2  $x \in [-3; 0)$ .

Задание №3  $t = 40$  часов.

Задание №4  $S_{ABCD} = \frac{4\sqrt{33}}{15} a^2$

Задание №5  $x_1 = \pi/42, \quad x_2 = \pi/22.$

Задание №6  $V = \frac{8r^3}{3} \sin^2 \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - \alpha)}$

Задание №7

$$a = \frac{3\sqrt{5} - 5}{10} \Rightarrow x = 1/\sqrt[10]{8}, \quad y = 0, \quad z = -\pi/2.$$

$$a = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow x_1 = 1/\sqrt[10]{8}, \quad y_1 = 1, \quad z_1 = -\pi/4.$$

$$x_2 = 1/\sqrt[10]{8}, \quad y_2 = -1, \quad z_2 = -3\pi/4.$$

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

## Вариант №5 (отделение менеджмента)

1. Решить неравенство 

$$\log_{1+|7x+17|}(|3x+8|+|7x+17|) \leq 1.$$

2. Решить уравнение

$$3\sqrt{14} - 7 \cdot \sqrt{\frac{2^x}{2^x-1}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2^x-1}{2^x}}.$$

3. В параллелограмме  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) диагонали  $AC$  и  $BD$  определяются соотношениями  $AC = c$ ,  $BD = 3c/2$ . Найти площадь параллелограмма, если  $\angle CAB = 2\angle ABD$ .
4. Первая и вторая бригады, работая вместе, могут выполнить задание не более чем за 9 дней. Вторая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание не менее, чем за 18 дней. Первая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание ровно за 12 дней. За какое минимальное количество дней может выполнить задание одна третья бригада?
5. В пирамиде  $SABC$  основанием является правильный треугольник  $ABC$ , а все боковые ребра равны между собой. Сфера диаметром  $SC = d$  пересекает ребра  $SA$  и  $SB$  в их серединах. Найти объем пирамиды.
6. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{6} \cdot \operatorname{arccctg}(\operatorname{tg} 6x + \cos 7x) = \frac{\pi}{12}.$$

7. Для каждого значения  $b$  найти все пары чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$b \cdot \sin 2y + \log_4 \left( x \cdot \sqrt[8]{1-4x^8} \right) = b^2.$$

## ОТВЕТЫ

Задание №1  $x \in [-3; -17/7) \cup (-17/7; -7/3]$ .

Задание №2  $x = 3$ .

Задание №3  $S_{ABCD} = \frac{15\sqrt{7}}{64} c^2$ .

Задание №4  $t = 72$  дня.

Задание №5  $V = \frac{\sqrt{2}}{12} d^3$

Задание №6  $x_1 = -\frac{\pi}{14}, \quad x_2 = \frac{\pi}{14}$ .

Задание №7

$$b = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[8]{8}}, \quad y = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z.$$

$$b = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[8]{8}}, \quad y = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z.$$

В остальных случаях решений нет.

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Экономический Факультет

Вступительный экзамен по математике в МГУ–1999 года.

## Вариант №6 (отделение менеджмента)

1. Решить неравенство 

$$\log_{1+|7x-10|} (|7x-10| + |5x-8|) \leq 1.$$

2. Решить уравнение

$$\sqrt{50} - 3 \cdot \sqrt{\frac{3^x - 1}{3^x}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{3^x}{3^x - 1}}.$$

3. В параллелограмме  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) диагональ  $BD$  и сторона  $BC$  определяются соотношениями  $BD = c$ ,  $BC = b$ . Найти площадь параллелограмма, если  $\angle DBC = 2\angle ACB$ .

4. Первый и второй насосы, работая вместе, могут заполнить бассейн водой ровно за 8 часов. Второй и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн не более чем за 6 часов. Первый и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн не менее чем за 12 часов. За какое наименьшее количество часов может заполнить бассейн один первый насос?

5. В пирамиде  $SABC$  углы  $ASB$ ,  $ASC$  и  $CSB$  прямые. Вершины  $A$ ,  $B$ ,  $C$  лежат на сфере радиуса  $r$ , центр которой находится в вершине  $S$ . Найти объем пирамиды.

6. Решить уравнение

$$x + \frac{1}{5} \cdot \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 5x + \cos 8x) = \frac{\pi}{10}.$$

7. Для каждого значения параметра  $a$  найти все пары чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$a \cdot \cos 2x + \log_2 \left( y \cdot \sqrt[12]{1 - 2y^{12}} \right) = a^2.$$

## О Т В Е Т Ы

Задание №1  $x \in [7/5; 10/7) \cup (10/7; 9/5]$ .

Задание №2  $x = 2$ .

Задание №3  $S_{ABCD} = \frac{b}{2} \sqrt{(3a - 2b)(a + 2b)}$ .

Задание №4  $t = 48$  часов.

Задание №5  $V = \frac{1}{6} r^3$

Задание №6  $x_1 = \frac{\pi}{16}, \quad x_2 = \frac{3\pi}{16}$ .

Задание №7

$$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad y = \frac{1}{\sqrt[6]{2}}, \quad k \in Z.$$

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi n, \quad y = \frac{1}{\sqrt[6]{2}}, \quad n \in Z.$$

В остальных случаях решений нет.